

Частное образовательное учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕХНОЛОГИЙ  
УПРАВЛЕНИЯ И ЭКОНОМИКИ»

РАССМОТРЕНО И ОДОБРЕНО

УТВЕРЖДАЮ

На заседании кафедры  
информационных технологий и  
математики  
Протокол № 9 от 25.05.2023 г.

Первый проректор  
С.В. Авдашкевич  
28.06.2023

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина:	Б1.О.11.01 Линейная алгебра
Направление подготовки:	09.03.03 Прикладная информатика
Направленность (профиль):	Прикладная информатика в экономике
Уровень высшего образования:	Бакалавриат
Форма обучения:	очная, заочная
Разработчики:	Кандидат физико-математических наук, доцент Уразаева Л. Ю.

Санкт-Петербург  
2023

### 1. Цели и задачи дисциплины:

#### Цель освоения дисциплины:

приобретение студентами базовой математической подготовки, позволяющей самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач

#### Задачи дисциплины:

- способствовать развитию у студентов логического и алгоритмического мышления, умения оперировать с абстрактными объектами и быть корректными в употреблении математических понятий, символов для выражения количественных и качественных отношений;
- способствовать усвоению основных понятий и методов линейной алгебры;
- развить у студентов навыки и умения решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- развить у студентов умение использовать алгебраический аппарат для решения теоретических и прикладных задач в математике, информатике и экономике.

### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы высшего образования

Планируемые результаты освоения ОП ВО (код и содержание компетенций)	Планируемые результаты обучения по ОП ВО (индикаторы достижения компетенций)	Примечание
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи.	Наименование категории (группы) компетенций: «Системное и критическое мышление»
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	
	УК-1.3 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1 Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	-
	ОПК-1.2 Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	
	ОПК-1.3 Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	

Планируемые результаты обучения по ОП ВО (индикаторы достижения компетенций)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи.	теоретические основы линейной алгебры, основные подходы к анализу и решению задач линейной алгебры
УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	корректно поставить алгебраическую задачу
УК-1.3. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	основными методами линейной алгебры для выбора оптимального способа решения поставленной задачи
ОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	фундаментальные основы линейной алгебры; основные методы моделирования, необходимые для решения профессиональных задач

Планируемые результаты обучения по ОП ВО (индикаторы достижения компетенций)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1.2. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	использовать методы линейной алгебры при анализе процессов и моделей в профессиональной деятельности
ОПК-1.3. Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	владеет рядом математических приемов, методов для построения моделей реальных ситуаций в профессиональной деятельности

### 3. Содержание, объем дисциплины и формы проведения занятий

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Компетенции	Оценочные средства текущего контроля		
			ЗНАТЬ	УМЕТЬ	ВЛАДЕТЬ
			ОПК-1.1 УК-1.1	ОПК-1.2 УК-1.2	ОПК-1.3 УК-1.3
1	Матрицы.	УК-1 ОПК-1	Собеседование, опрос/ Контрольная работа №1 (10) Собеседование, опрос/ Контрольная работа №2 (10)	Собеседование, опрос/ Контрольная работа №1 (10) Собеседование, опрос/ Контрольная работа №2 (10)	Расчетно-графическая работа №1 (20)
2	Системы линейных уравнений.	УК-1 ОПК-1	Собеседование, опрос/ Контрольная работа №3 (10)	Собеседование, опрос/ Контрольная работа №3 (10)	Расчетно-графическая работа №1 (20)
3	Векторная алгебра.	УК-1 ОПК-1	Собеседование, опрос/ Контрольная работа №4 (10) Собеседование, опрос/ Контрольная работа №5 (10)	Собеседование, опрос/ Контрольная работа №4 (10) Собеседование, опрос/ Контрольная работа №5 (10)	Расчетно-графическая работа №1 (20)
4	Аналитическая геометрия.	УК-1 ОПК-1	Доклад, сообщение/ Реферат №1 (10) Доклад, сообщение/ Реферат №2 (10)	Собеседование, опрос/ Контрольная работа №6 (10)	Расчетно-графическая работа №1 (20)
<b>Количество баллов (100 баллов):</b>			100		

Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, курсовая работа
<p><b>Тема 1: Матрицы.</b> Матрицы и операции над ними. Определители и их свойства. Вычисление определителей второго и третьего порядков. Разложение определителя по строке (столбцу). Обратная матрица и решение матричных уравнений. Ранг матрицы.</p> <p><b>Практические занятия/самостоятельная работа:</b> Операции над матрицами. Вычисление определителей.</p> <p><b>Лабораторная работа: -</b></p>
<p><b>Тема 2: Системы линейных уравнений.</b> Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Метод Крамера (метод определителей) решения систем линейных уравнений. Матричный способ (метод обратной матрицы) решения систем линейных уравнений.</p> <p><b>Практические занятия/самостоятельная работа:</b> Решение систем линейных уравнений.</p> <p><b>Лабораторная работа: -</b></p>

Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, курсовая работа
<p><b>Тема 3: Векторная алгебра.</b>                      Векторы на плоскости и в пространстве, операции над ними. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Векторы в n-мерном пространстве Теорема о ранге матрицы. Теорема о базисе в n-мерном пространстве.  <b>Практические занятия/самостоятельная работа:</b>                      Операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.  <b>Лабораторная работа: -</b></p>
<p><b>Тема 4: Аналитическая геометрия.</b>                      Метод координат. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Полярные координаты. Прямая линия на плоскости. Линии 2-го порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Элементы аналитической геометрии в пространстве: уравнения плоскости, угол между плоскостями, уравнения прямой в пространстве, угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью.  <b>Практические занятия/самостоятельная работа:</b>                      Метод координат. Системы координат. Прямая линия на плоскости. Линии 2-го порядка. Элементы аналитической геометрии в пространстве.  <b>Лабораторная работа: -</b></p>
<p><b>Курсовая работа:</b>                      не предусмотрено учебным планом</p>

#### Очная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1
Аудиторные занятия (АЗ):	36	36
Лекционные занятия (Лек)	18	18
Лабораторные занятия (Лаб)	0	0
Практические занятия (Пр)	18	18
Самостоятельная работа студента (СР)	66	66
Курсовая работа	0	0
Другие виды самостоятельной работы*	66	66
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	6
Контактная работа (КоР)	42	42
Форма промежуточной аттестации	0	Зачет
Подготовка к экзамену и сдача экзамена (СР, КоР)	0	0
Общая трудоемкость дисциплины, часы/ЗЕТ	108/3	108/3

\* Подготовка к аудиторным занятиям, подготовка к зачету (при наличии)

№	Наименование темы дисциплины	Семестр Курс	Количество учебных часов				Практическая подготовка
			В том числе по видам аудиторных занятий			СР	
			Лек	Пр	Лаб		
1	Матрицы.	1	4	4	0	16	4
2	Системы линейных уравнений.	1	4	4	0	16	4
3	Векторная алгебра.	1	4	4	0	16	4
4	Аналитическая геометрия.	1	6	6	0	18	6
Итого:			18	18	0	66	18

\* Практическая подготовка при реализации дисциплин организована путем проведения практических занятий и (или) выполнения лабораторных и (или) курсовых работ и предусматривает выполнение работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

#### Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1
Аудиторные занятия (АЗ):	8	8
Лекционные занятия (Лек)	4	4
Лабораторные занятия (Лаб)	0	0
Практические занятия (Пр)	4	4
Самостоятельная работа студента (СР)	91	91
Курсовая работа	0	0
Другие виды самостоятельной работы*	91	91

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1
Контроль самостоятельной работы (КСР)	5	5
Контактная работа (КоР)	13	13
Форма промежуточной аттестации	0	Зачет
Подготовка к экзамену/зачету и сдача экзамена/зачета (СР, КоР)	4	4
Общая трудоемкость дисциплины, часы/ЗЕТ	108/3	108/3

\* Подготовка к аудиторным занятиям

№	Наименование темы дисциплины	Семестр/ Курс	Количество учебных часов				Практическая подготовка
			В том числе по видам аудиторных занятий			СР	
			Лек	Пр	Лаб		
1	Матрицы.	1	2	0	0	22	4
2	Системы линейных уравнений.	1	0	2	0	22	4
3	Векторная алгебра.	1	2	0	0	22	4
4	Аналитическая геометрия.	1	0	2	0	25	6
Итого:			4	4	0	91	18

\* Практическая подготовка при реализации дисциплин организована путем проведения практических занятий и (или) выполнения лабораторных и (или) курсовых работ и (или) путем выделения часов из часов, отведенных на самостоятельную работу, и предусматривает выполнение работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

#### 4. Способ реализации дисциплины

Без использования онлайн-курса.

#### 5. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

*Основная литература:*

1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА 2-е изд. Учебное пособие для вузов / Лубягина Е. Н., Вечтомов Е. М. - Вятский государственный университет (г. Киров)., 2022 г. - 150 с. - ISBN 978-5-534-10594-0 – Режим доступа: <https://urait.ru/book/lineynaya-algebra-495162>

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В 2 Ч. ЧАСТЬ 1. Учебник и практикум для вузов / Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М. ; Отв. ред. Кремер Н. Ш. - Финансовый университет при Правительстве РФ (г. Москва)., 2022 г. - 244 с. - ISBN 978-5-534-02017-5 – Режим доступа: <https://urait.ru/book/matematicheskiy-analiz-v-2-ch-chast-1-490810>

3. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА 3-е изд., испр. и доп. Учебник и практикум для вузов / Кремер Н. Ш., Фридман М. Н., Тришин И. М. ; Под ред. Кремера Н.Ш. - Финансовый университет при Правительстве РФ (г. Москва)., 2022 г. - 422 с. - ISBN 978-5-534-08547-1 – Режим доступа: <https://urait.ru/book/lineynaya-algebra-488965>

*Дополнительная литература:*

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. СБОРНИК ЗАДАЧ. Учебное пособие для вузов / Никитин А. А. - Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» (г. Москва)., 2022 г. - 353 с. - ISBN 978-5-9916-8585-6 – Режим доступа: <https://urait.ru/book/matematicheskiy-analiz-sbornik-zadach-489227>

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В 2 Ч. ЧАСТЬ 2. Учебник и практикум для вузов / Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М. ; Отв. ред. Кремер Н. Ш. - Финансовый университет при Правительстве РФ (г. Москва)., 2022 г. - 389 с. - ISBN 978-5-534-02019-9 – Режим доступа: <https://urait.ru/book/matematicheskiy-analiz-v-2-ch-chast-2-470316>

3. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ. СБОРНИК ЗАДАНИЙ. Учебное пособие для вузов / Пахомова Е. Г., Рожкова С. В. - Национальный исследовательский Томский политехнический университет (г. Томск)., 2022 г. - 110 с. - ISBN 978-5-534-08428-3 – Режим доступа: <https://urait.ru/book/lineynaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-sbornik->

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения**

1. Операционная система
2. Пакет прикладных офисных программ
3. Антивирусное программное обеспечение
4. LMS Moodle
5. Вебинарная платформа

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», информационных справочных систем и профессиональных баз данных, необходимых для освоения дисциплины**

1. ibooks.ru : электронно-библиотечная система [Электронный ресурс] : профессиональная база данных. - Режим доступа: <https://ibooks.ru>. - Текст: электронный
2. Электронно-библиотечная система СПБУТУиЭ : электронно-библиотечная система [Электронный ресурс] : профессиональная база данных. - Режим доступа: <http://libume.ru>. - Текст: электронный
3. Юрайт : электронно-библиотечная система [Электронный ресурс] : профессиональная база данных. - Режим доступа: <https://urait.ru>. - Текст: электронный
4. eLibrary.ru : научная электронная библиотека [Электронный ресурс] : профессиональная база данных. - Режим доступа: <http://elibrary.ru>. - Текст: электронный
5. Архив научных журналов НЭИКОН [Электронный ресурс] : профессиональная база данных. - Режим доступа: [arch.neicon.ru](http://arch.neicon.ru). - Текст: электронный
6. КиберЛенинка : научная электронная библиотека [Электронный ресурс] : информационная справочная система. - Режим доступа: <http://cyberleninka.ru>. - Текст: электронный
7. Лань : электронно-библиотечная система [Электронный ресурс] : профессиональная база данных. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com>. - Текст: электронный
8. Math.Ru [Электронный ресурс] : информационная справочная система. - Режим доступа: <http://www.math.ru/lib>. - Текст: электронный
9. Научная Россия [Электронный ресурс] : информационная справочная система . - Режим доступа: <https://scientificrussia.ru>. - Текст: электронный
10. Российская национальная библиотека [Электронный ресурс] : информационная справочная система . - Режим доступа: <http://nlr.ru>. - Текст: электронный
11. Math-Net.Ru: профессиональная база данных . - Режим доступа: <https://www.mathnet.ru/>. - Текст: электронный
12. Педагогический сайт: профессиональная база данных. - Режим доступа: <https://pedsite.ru/>. - Текст: электронный
13. Министерства науки и высшего образования Российской Федерации: профессиональная база данных. - Режим доступа: <https://minobrnauki.gov.ru>. - Текст: электронный

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа - практических занятий, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оборудованная: рабочими местами для обучающихся, оснащенными специальной мебелью; рабочим местом преподавателя, оснащенным специальной мебелью, персональным компьютером с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде Университета; техническими средствами обучения - мультимедийным оборудованием (проектор, экран, колонки) и маркерной доской; лицензионным программным обеспечением

2. Помещение для самостоятельной работы, оборудованное специальной мебелью, персональными компьютерами с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде Университета, лицензионным программным обеспечением

3. При применении электронного обучения, дистанционных образовательных технологий используются: виртуальные аналоги учебных аудиторий - вебинарные комнаты на вебинарных платформах, рабочее место преподавателя, оснащенное персональным компьютером (планшет, мобильное устройство) с возможностью подключения к сети «Интернет», доступом к электронной информационно-образовательной среде Университета и к информационно-образовательному portalу Университета [imeos.ru](http://imeos.ru), веб-камерой, микрофоном и гарнитурой (в т.ч. интегрированными в устройствами), программным обеспечением; рабочее место обучающегося оснащено персональным компьютером (планшет, мобильное устройство) с возможностью подключения к сети «Интернет», доступом к электронной информационно-образовательной среде Университета и к информационно-образовательному portalу Университета [imeos.ru](http://imeos.ru), веб-камерой, микрофоном и гарнитурой (в т.ч. интегрированными в устройства). Авторизация на информационно-образовательном portalе Университета [imeos.ru](http://imeos.ru) и начало работы осуществляются с использованием персональной учетной записи (логина и пароля). Лицензионное программное обеспечение

## 9. Оценочные материалы по дисциплине

Описание оценочных средств (показатели и критерии оценивания, шкалы оценивания) представлено в приложении к основной профессиональной образовательной программе «Каталог оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации».

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности приводятся в соответствующих методических материалах и локальных нормативных актах Университета.

Для оценивания учебных достижений студентов в Университете действует балльно-рейтинговая система.

Если оценка, соответствующая набранной в семестре сумме рейтинговых баллов, удовлетворяет студента, то она является итоговой оценкой по дисциплине при проведении промежуточной аттестации в форме экзамена/зачета с оценкой/зачета.

Условием сдачи экзамена/зачета с оценкой/зачета с целью повышения итоговой оценки по дисциплине является сдача студентом экзамена, за который он получает экзаменационные баллы без учета баллов, полученных за текущий контроль:

### Шкала оценивания учебных достижений по дисциплине, завершающейся зачетом без оценки

Баллы по дисциплине	60 и менее		61-73		74-90		91-100
Итоговая оценка по дисциплине	Незачет		Зачет				
Баллы в международной шкале ECTS с буквенным обозначением уровня	50 и менее	51-60	61-67	68-73	74-83	84-90	91-100
	F	Fx	E	D	C	B	A
Уровень сформированности компетенций	Не сформированы		Пороговый		Высокий		Повышенный

### Шкала оценивания учебных достижений по дисциплине, завершающейся экзаменом/зачетом с оценкой

Баллы по дисциплине	60 и менее		61-73		74-90		91-100
Итоговая оценка по дисциплине	Неудовлетворительно		Удовлетворительно		Хорошо		Отлично
Баллы в международной шкале ECTS с буквенным обозначением уровня	<50	51-60	61-67	68-73	74-83	84-90	91-100
	F	Fx	E	D	C	B	A

Уровень сформированности компетенций	Не сформированы	Пороговый	Высокий	Повышенный
--------------------------------------	-----------------	-----------	---------	------------

### 9.1. Типовые контрольные задания для текущего контроля

#### Собеседование, опрос / Контрольная работа №1

1. Матрицы. Основные понятия.
2. Формулы для вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
3. Миноры и алгебраические дополнения элемента матрицы. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
4. Свойства определителей.
5. Действия над матрицами.
6. Определение обратной матрицы. Формула для вычисления обратной матрицы.
7. Получение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
8. Свойства обратной матрицы.
9. Понятия ранга матрицы и базисного минора.
10. Методы нахождения и свойства ранга матрицы.

#### Собеседование, опрос / Контрольная работа №2

1. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$ .

2. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 4 & 2 \\ -3 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ .

3. Найти значение матричного многочлена  $(2A-3E) \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение:  $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -7 \\ -9 & 9 \end{pmatrix}$ .

#### Собеседование, опрос / Контрольная работа №3

1. Решить систему матричным методом:  $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y - z = -2 \\ y + z = -2 \end{cases}$ .

2. Решить систему методом Крамера:  $\begin{cases} 2x + y - 3z = 7 \\ x + y + 2z = 2 \\ x - y + 5z = 8 \end{cases}$ .

3. Исследовать на совместность. Решить методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$



#### Собеседование, опрос / Контрольная работа №4

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
2. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
3. Скалярное произведение векторов, его свойства.
4. Скалярное произведение векторов. Основные приложения.
5. Векторное произведение векторов и его свойства.
6. Векторное произведение векторов. Основные приложения.

#### Собеседование, опрос / Контрольная работа №5

1. Смешанное произведение векторов и его свойства.
2. Смешанное произведение векторов. Основные приложения.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Размерность и базис линейного пространства.

#### Собеседование, опрос / Контрольная работа №6

1. Коллинеарны ли векторы  $\vec{c}_1$  и  $\vec{c}_2$ , разложенные по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , где  $\vec{c}_1 = 5\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{c}_2 = 4\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} = \{2; -1; 5\}$ ,  $\vec{b} = \{7; 1; -3\}$ .
2. Компланарны ли векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , если  $\vec{a} = \{-2; 3; +1\}$ ,  $\vec{b} = \{1; +1; -3\}$ ,  $\vec{c} = \{1; -9; 1\}$ .
3. При каком значении  $\alpha$  векторы  $A\vec{B}$  и  $A\vec{C}$  перпендикулярны?  
 $A(\alpha; -2; 3), B(0; -1; 2), C(3; -4; 5)$ .
4. Найти уравнение эллипса, если точки  $A(\sqrt{3}; -2)$  и  $B(-2\sqrt{3}; 1)$  принадлежат этому эллипсу. Вычислить эксцентриситет эллипса.
5. Записать уравнение плоскости, проходящей через две пересекающиеся (доказать) прямые  
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = 3t + 7 \\ y = 2t + 2 \\ z = -2t + 1 \end{cases}$$
6. Найти расстояние от точки  $P(5; -3; 3)$  до плоскости, проходящей через три точки  $M_1(4; 3; -1)$ ,  $M_2(2; 0; -3)$  и  $M_3(-2; 1; 0)$ .
7. Привести уравнение кривой  $x^2 - 2y - x - 1 = 0$  к каноническому виду, определить её тип, расположение на плоскости (размеры, смещение), построить кривую и проверить координаты точек её пересечения с осями координат по исходному уравнению.
8. Привести уравнение поверхности  $x^2 - y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z - 5 = 0$  к каноническому виду, определить её тип и расположение в пространстве (ориентация, смещение). Изобразить эскиз этой поверхности, учтя только смещение и ориентацию.

#### Расчетно-графическая работа №1

1. Вычислить определитель высшего порядка
 
$$\begin{vmatrix} 7 & 8 & 5 & 5 & 3 \\ 10 & 11 & 6 & 7 & 5 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 5 \\ 6 & 7 & 5 & 4 & 2 \\ 7 & 10 & 7 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$
2. Привести матрицу к ступенчатому виду и вычислить ранг матрицы
 
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & -2 & -1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
3. Даны матрицы
 
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найдите:

  - а)  $A(B + C)$
  - б)  $BA + CA$
4. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ , найдите  $A^{-1}$ .
5. Даны три последовательные вершины параллелограмма  $A(1; 2)$ ,  $B(-2; 1)$ ,  $C(-4; -5)$ . Не находя координаты вершины  $D$ , найти:
  - уравнение стороны  $AD$ ;
  - уравнение высоты  $BK$ , опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AD$ ;
  - длину высоты  $BK$ ;
  - уравнение диагонали  $BD$ ;
  - тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.
6. Даны точки  $A(3; 2; 1)$ ,  $B(-1; 0; -2)$ ,  $C(2; 1; 3)$ ,  $D(3; -1; -2)$ . Найти:
  - общее уравнение плоскости  $ABC$ ;
  - общее уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  параллельно плоскости  $ABC$ ;
  - расстояние от точки  $D$  до плоскости  $ABC$ ;
  - канонические уравнения прямой  $AD$ ;
  - канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $B$  параллельно прямой  $AD$ ;
  - синус угла между плоскостью  $ABC$  и прямой  $AD$ .
7. Уравнение кривой второго порядка  $x^2 + 9y^2 - 4x + 6y - 31 = 0$  путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.
8. При каких значениях  $a, b, c$  плоскости будут взаимно перпендикулярными:  $ax - y + 2z - 7 = 0$ ,  $3x + by - 3z + 6 = 0$ ,  $x + 2y + cz - 2 = 0$
9. Проверить, лежат ли на одной прямой следующие три точки:  $A(3; 0; 1)$ ,  $B(0; 2; 4)$  и  $C(1; \frac{4}{3}; 3)$ .

### Доклад, сообщение / Реферат №1

1. Вычисление определителей с помощью теоремы Лапласа.
2. Исследование систем линейных уравнений на совместность. Метод Гаусса.
3. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
4. Решение задач линейной алгебры с помощью пакета программ.
5. Решение задач линейной алгебры с помощью пакета программ.
6. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
7. Итерационные методы решения линейных систем.
8. Гиперповерхности второго порядка.
9. Уравнение плоскости, проходящей через две заданные точки параллельно заданной прямой.
10. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.

### **Доклад, сообщение / Реферат №2**

1. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданной плоскости.
2. Уравнения прямолинейных образующих гиперболического параболоида, проходящих через заданную точку этой поверхности.
3. Эллипс, гипербола, парабола: определения, канонические уравнения.
4. Эксцентриситет и директрисы эллипса, гиперболы, параболы.
5. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.
6. Канонические уравнения основных типов поверхностей второго порядка: цилиндрические и конические поверхности, эллипсоиды, гиперboloиды, параболоиды.

### **9.2. Примерный перечень тем курсовой работы**

Не предусмотрено учебным планом

### **9.3. Типовые контрольные задания для промежуточной аттестации: зачет**

#### **Примерный перечень теоретических вопросов к зачету**

1. Матрицы и операции над ними. Свойства операций.
2. Матрицы. Умножение матриц.
3. Определители второго и третьего порядка. Их свойства.
4. Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей.
5. Теорема Лапласа (о значении определителя).
6. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера.
7. Обратная матрица и ее свойства.
8. Матричные уравнения.
9. Матричная запись и матричное решение СЛАУ.
10. Метод Гаусса для решения СЛАУ.
11. Ранг матрицы. Его свойства.
12. Исследование СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли (о совместности системы).
13. Векторы. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций.
14. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
15. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль и направляющие косинусы вектора.
16. Коллинеарные векторы. Их свойства. Координаты вектора.
17. Скалярное произведение векторов. Его свойства.
18. Векторное произведение векторов. Его свойства.
19. Смешанное произведение векторов. Его свойства.
20. Понятие линейной зависимости и независимости векторов.
21. Линейная зависимость векторов на плоскости.
22. Линейное (векторное) пространство. Примеры линейных пространств.
23. Размерность и базис линейного пространства. Переход к новому базису.
24. Прямая на плоскости, различные виды уравнений. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых.
25. Плоскость в пространстве, различные виды уравнений. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.
26. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых.
27. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
28. Эллипс. Каноническое уравнение. Основные формулы.
29. Гипербола. Каноническое уравнение. Основные формулы.
30. Парабола. Каноническое уравнение. Основные формулы.

## Примерный перечень практических заданий к зачету

1. Матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , тогда матрица  $C=A \cdot B$  равна:
- 1.1.  $\begin{pmatrix} 5 & 0 \end{pmatrix}$
  - 1.2.  $\begin{pmatrix} -11 \\ 1 \end{pmatrix}$
  - 1.3.  $\begin{pmatrix} 0 & 5 \end{pmatrix}$
  - 1.4.  $\begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix} +$
2. Матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$  имеет 2 линейно зависимые строки при  $\alpha$  равно:
- 2.1. 4
  - 2.2. 2
  - 2.3. 1
  - 2.4. 8+
3. Определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  равен:
- 3.1. 4
  - 3.2. 0+
  - 3.3. 1
  - 3.4. 8
4. Определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 2\alpha - 3 \end{vmatrix}$  равен 0, если  $\alpha$  равно:
- 4.1. 3
  - 4.2. 3+
  - 4.3. 1
  - 4.4. 0
5. Операция умножения матриц определена для вариантов:
1.  $\begin{pmatrix} \alpha & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$
  2.  $(3 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$
  3.  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$
  4.  $(\alpha \ j) \cdot \begin{pmatrix} r & 5 & v \\ d & c & b \\ u & 7 & 9 \end{pmatrix}$
  5.  $(1 \ 0 \ 6) \cdot (g \ 6 \ f)$
- 5.1. 1+
  - 5.2. 2+
  - 5.3. 3
  - 5.4. 4
  - 5.5. 5
6. Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & -x \\ 3 & 12 \end{vmatrix}$  равен нулю при  $x$  равно:
- 6.1.2
13. Метод Крамера не применим для решения линейной системы уравнений, если:
- 13.1. Определитель основной матрицы не равен «нулю»
  - 13.2. Определитель основной матрицы равен «нулю»+
  - 13.3. Ранг расширенной матрицы меньше числа неизвестных
  - 13.4. Ранг расширенной матрицы меньше числа уравнений
14. Векторное произведение векторов  $\vec{a} = (4, \alpha, 6)$  и  $\vec{b} = (2, 1, \beta)$  равно нулю, если:
- 14.1.  $\alpha=2, \beta=1/3$ ;
  - 14.2.  $\alpha=2, \beta=1$ ;
  - 14.3.  $\alpha=2, \beta=3/2$ ;
  - 14.4.  $\alpha=2, \beta=4$ ;
15. Для векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  выполняются условия  $\frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y} = \frac{b_z}{a_z}$ , тогда:
- 15.1. Вектора перпендикулярны
  - 15.2. Вектора обязательно лежат на одной прямой
  - 15.3. Вектора параллельны и не могут лежать на одной прямой
  - 15.4. Вектора параллельны или лежат на одной прямой +
16. Угол между векторами  $\vec{a} = 2i - j + k$  и  $\vec{b} = 2i + 3j - k$  равен:
- 16.1.  $\pi/2$  +
  - 16.2.  $\pi/4$
  - 16.3.  $\pi/6$
  - 16.4. 0
17. Скалярное произведение ортов  $k$  и  $i$  равно:
- 17.1. 1
  - 17.2.  $k$
  - 17.3.  $j$
  - 17.4. 0+
18. Смысл имеет высказывания:
- 18.1. Скалярное произведение трёх векторов;
  - 18.2. Скалярный куб вектора;
  - 18.3. +Куб скаляра
  - 18.4. Векторное произведение модулей векторов
19. Вектор  $2\vec{i} \times 5\vec{j}$  равен:
- 19.1.  $10\vec{k} +$
  - 19.2.  $\vec{k}$
  - 19.3.  $-10\vec{k}$
  - 19.4.  $-\vec{k}$
20. Вектор  $6k \times 5j$  равен:
- 20.1.  $10\vec{k}$
  - 20.2.  $\vec{k}$
- 6.2.5  
6.3.4+  
6.4.0
7. Дана матрица  $A$  размерностью  $[3 \times 4]$  и  $B$  размерностью  $[4 \times 5]$ . Тогда матрица  $C=A \cdot B$  будет иметь размерность...
- 7.1.  $[3 \times 5] +$
  - 7.2.  $[7 \times 9]$
  - 7.3.  $[4 \times 4]$
  - 7.4.  $[4 \times 4]$
8. Система уравнений  $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 3y = -2 \end{cases}$ :
- 8.1. Совместна
  - 8.2. Имеет единственное решение
  - 8.3. Несовместна +
  - 8.4. Имеет бесконечное множество решений
9. Определитель основной матрицы системы равен нулю, систему можно решить только методом:
- 9.1. Крамера
  - 9.2. Гаусса +
  - 9.3. С помощью обратной матрицы
  - 9.4. Любым способом
10. Дана система уравнений  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ ,  $x_0$  и  $y_0$  – решения системы. Тогда  $x_0 + y_0$  равно:
- 10.1. 2+
  - 10.2. 7
  - 10.3. 5
  - 10.4. 0
11. Сколько решений имеет система уравнений  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + y + 5z = 1 \\ 9x + 3y + 15 = 3 \end{cases}$
- 11.1. бесконечное множество +
  - 11.2. 1
  - 11.3. не имеет решение
  - 11.4. 2
12. Система однородных уравнений имеет не нулевое решение, если:
- 12.1. Ранг ее основной матрицы равен числу неизвестных
  - 12.2. Ранг ее основной матрицы меньше числа неизвестных +
  - 12.3. Определитель основной матрицы равен нулю +
  - 12.4. Определитель основной матрицы не равен нулю
- 20.3.  $-30\vec{j} +$   
20.4.  $-\vec{k}$
21. Даны две смежные вершины квадрата:  $A(3; -7)$  и  $B(-1; 4)$ . Площадь квадрата равна:
- 21.1. 5
  - 21.2.  $\sqrt{137}$
  - 21.3. 137 +
  - 21.4. 25
22. Уравнение прямой линии, проходящей через точку  $(-1, 1)$  перпендикулярно к прямой  $3x - y + 2 = 0$
- 22.1.  $x - 2 = 0$
  - 22.2.  $x + 3y - 2 = 0 +$
  - 22.3.  $x + 3y = 0$
  - 22.4.  $x + y - 2 = 0$
23. Уравнение прямой, перпендикулярной линии  $y = 2x - 1$  имеет вид:
- 23.1.  $y = -0,5x - 1 +$
  - 23.2.  $y = x - 0$
  - 23.3.  $y = x + 3$
  - 23.4.  $y = 2x + 1$
24. Уравнение прямой, проходящей через начало координат имеет вид:
- 24.1. а)  $x - 4y + 32 = 0$
  - 24.2. б)  $11x - 2y = 0 +$
  - 24.3. в)  $11x + 2y - 32 = 0$
  - 24.4. г)  $11x + 2y + 32 = 0$
25. Уравнение прямой в отрезках  $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$  соответствует общему уравнению прямой:
- 25.1.  $2x - 3y - 6 = 0 +$
  - 25.2.  $2x - 4y - 6 = 0$
  - 25.3.  $x - 3y + 6 = 0$
  - 25.4.  $2x + 3y - 1 = 0$
26. Уравнение прямой параллельной оси «Oy» имеет вид:
- 26.1.  $y = 4$
  - 26.2.  $x = 3 +$
  - 26.3.  $y = x$
  - 26.4.  $y = x + 3$
27. Кривые второго порядка описывают параболу:
- 27.1.  $(x+6)^2 + (y-2)^2 = 64$
  - 27.2.  $y = x^2 + 1 +$
  - 27.3.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

- 27.4.  $\frac{x}{9} - \frac{y}{9} = 1$
28. Уравнение  $x^2 + y^2 = ax + b$  в полярных координатах имеет вид:
- 28.1.  $\rho = a \cos \varphi + b$
- 28.2.  $\operatorname{tg} \varphi = a$
- 28.3.  $\rho = b \sin \varphi$
- 28.4.  $\rho^2 = a \cos \varphi$
- 28.5.  $\rho^2 = b \sin \varphi$
29. Кривые второго порядка описывают гиперболу:
- 29.1.  $(x+6)^2 + (y-2)^2 = 64$
- 29.2.  $y = x^2 + 1$
- 29.3.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$
- 29.4.  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1 +$
30. Геометрическое место точек, равноудаленных от данной точки, это:
- 30.1. Прямая линия
- 30.2. Окружность +
- 30.3. Гипербола
- 30.4. Эллипс
31. Кривые второго порядка описывают эллипс:
- 31.1.  $(x+6)^2 + (y-2)^2 = 64$
- 31.2.  $y = x^2 + 1$
- 31.3.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 +$
- 31.4.  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$
32. Начало координат - центр окружности и радиус 3, уравнение такой окружности имеет вид:
- 32.1.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$
- 32.2.  $x^2 + y^2 = 9 +$
- 32.3.  $(x-10)^2 + (y-1)^2 = 50$
- 32.4.  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 25$
33. Гипербола задана формулой  $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$ , координаты центра эллипса равны:
- 33.1.  $x=3, y=0 +$
- 33.2.  $x=4, y=3$
- 33.3.  $x=1, y=0$
- 33.4.  $x=-3, y=-1$
34. Уравнение плоскости, проходящей через ось  $Ox$  и через точку  $A(1; -1; 3)$  имеет вид:
- 34.1.  $x+y-3z=0$
- 34.2.  $2x-y+4z=0$
- 34.3.  $3x+y=0$
- 34.4.  $3y+z=0 +$
35. Точка  $O(1,3,2)$  - центр сферы, тогда ее уравнение имеет вид:
- 35.1.  $x^2 - 2x + y^2 - 6y + z^2 - 4z - 2 = 0$
- 35.2.  $x^2 - x + y^2 - 3y + z^2 - 2z + 2 = 0$
- 35.3.  $x^2 + x + y^2 + 3y + z^2 + 2z + 13 = 0$
- 35.4.  $x^2 - 2x + y^2 - 6y + z^2 - 4z + 13 = 0 +$
36. Радиус сферы  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 - 121 = 0$  равен:
- 36.1. 10
- 36.2. 2
- 36.3. -9
- 36.4. 11 +
37. Прямая линия  $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$  проходит через точку:
- 37.1. (0,0,0)
- 37.2. (0,-1,2)
- 37.3. (0,2,-1) +
- 37.4. (-1,2,-3)
38. Уравнение плоскости, проходящей через точки (1,2,3), (-1,0,0) и (3,0,1):
- 38.1.  $8x+y+z-3=0$
- 38.2.  $x+5y-4z+1=0 +$
- 38.3.  $x+y-5z+3=0$
- 38.4.  $x+y+z-9=0$
39. Прямая проходит через начало координат:
- 39.1.  $\begin{cases} Ax + By + Cz = 0 \\ Ax + By + Cz = 0 \end{cases} +$
- 39.2.  $\begin{cases} Ax + D = 0 \\ By + D_1 = 0 \end{cases}$
- 39.3.  $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ By + D_1 = 0 \end{cases}$
- 39.4.  $\begin{cases} By + Cz = 0 \\ Ax - D = 0 \end{cases}$
40. Прямая прямая перпендикулярна оси  $x$ :
- 40.1.  $\begin{cases} Ax + By + Cz = 0 \\ Ax + By + Cz = 0 \end{cases}$
- 40.2.  $\begin{cases} Ax + D = 0 \\ By + D_1 = 0 \end{cases}$
- 40.3.  $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ By + D_1 = 0 \end{cases}$
- 40.4.  $\begin{cases} By + Cz = 0 \\ Ax - D = 0 \end{cases} +$